

Strategické hry

Zadání

1. Strategická hra dvou hráčů je dána tabulkou:

	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4
σ_1	2; 0	3; 3	-3; 1	0; 1
σ_2	0; 5	1; -1	2; 1	-1; 2
σ_3	4; 1	-1; 0	2; 4	1; 3

Nalezněte všechna Nashova equilibria této hry.

2. Je dána maticová hra s maticí hry

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 2 \\ -1 & 5 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Nalezněte horní a dolní cenu hry.
(b) Existují optimální strategie prvního a druhého hráče? Pokud ano, tak je všechny nalezněte.
(c) Nalezněte všechna Nashova equilibria.
3. Je dána maticová hra s maticí hry

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

- (a) Existuje Nashovo equilibrium této hry?
(b) Uvažme smíšené rozšíření $\Gamma(A)$ zadané maticové hry. Pomocí dvojice vzájemně duálních úloh lineárního programování nalezněte optimální strategii prvního hráče, druhého hráče a cenu hry $\Gamma(A)$.
4. Je dána maticová hra s maticí hry

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Existuje Nashovo equilibrium této hry?
(b) Uvažme smíšené rozšíření $\Gamma(A)$ zadané maticové hry. Pomocí dvojice vzájemně duálních úloh lineárního programování nalezněte optimální strategii prvního hráče, druhého hráče a cenu hry $\Gamma(A)$.
5. Je dáno smíšené rozšíření $\Gamma(A)$ maticové hry (jedná se o klasickou hru „Kámen, nůžky, papír“) s maticí hry

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Pomocí dvojice vzájemně duálních úloh lineárního programování nalezněte optimální strategii prvního hráče, druhého hráče a cenu hry $\Gamma(A)$.

Výsledky

1. Nashova equilibria jsou (σ_1, τ_2) a (σ_3, τ_3) .
2. Označme strategii prvního hráče odpovídající i -tému řádku matice A symbolem σ_i a strategii druhého hráče odpovídající j -tému sloupci matice A symbolem τ_j .
 - (a) $\underline{v} = \bar{v} = 2$.
 - (b) Jediná optimální strategie prvního hráče je σ_1 . Jediná optimální strategie druhého hráče je τ_3 .
 - (c) Existuje jediné Nashovo equilibrium, a to (σ_1, τ_3) .
3.
 - (a) Ne.
 - (b) Optimální strategie prvního hráče je $\frac{1}{5}(2, 3)^T$. Optimální strategie druhého hráče je $\frac{1}{5}(0, 4, 1)^T$. Cena hry je $v = \frac{17}{5}$.
4.
 - (a) Ne.
 - (b) Optimální strategie prvního hráče je $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})^T$. Optimální strategie druhého hráče je $(\frac{2}{3}, 0, \frac{1}{3})^T$. Cena hry je $v = \frac{5}{3}$.
5. Vektor $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})^T$ je optimální strategie prvního a také druhého hráče. Cena hry je $v = 0$.