

# Maple pro pokročilejší (matematiku)

Aleš Němeček

České vysoké učení technické v Praze, Fakulta elektrotechnická, katedra matematiky  
e-mail: nemecek@math.feld.cvut.cz

## Abstrakt

*Maple<sup>TM</sup>* v posledních deseti až dvaceti letech našel uplatnění v mnoha základních kurzech matematiky na vysokých školách. Příspěvek nejprve seznamuje s možnostmi využití *Maple<sup>TM</sup>* v pokročilejším oboru – ve výpočtech a teorii funkcí komplexní proměnné. Jako příloha je součástí i worksheet-skriptum [1], kde jsou vedle základního přehledu teorie i ukázky příkazového řešení příkladů. Dále představujeme novou publikaci [4] (sbírku obtížnějších úloh), která je zcela nově zpracována tak, aby bylo možné konstruktivně a návodně procházet od jednodušších úloh ke složitějším. Součástí tištěné verze jsou samozřejmě i plné verze worksheetů a notebooků obsahující „živé“ příkazy obou počítačových algebraických systémů (PAS) pro interaktivní elektronické použití textu přímo ve výpočetním prostředí.

## 1 Funkce komplexní proměnné

Hlavním impulsem pro vytvoření worksheetu [1] byla příprava přednášky pro bakalářský předmět FEL ČVUT *A0B01MAA Matematické aplikace*. Cílem mělo být jednak stručné seznámení se základy teorie funkce komplexní proměnné (komplexní čísla, elementární a vícehodnotové funkce, holomorfní funkce, integrální reprezentace, mocninné a Laurentovy řady, singularity holomorfních funkcí a reziduum, reziduová věta a její aplikace na výpočet určitých integrálů a součtů řad), ale zvláště také využití *Maple<sup>TM</sup>* pro řešení úloh a příkladů a případně jejich grafické znázornění. Se souhlasem autorů [2] se shoduje číslování a značení definic, vět a úloh s dříve vydaným skriptem [2], takže student může ideálně společně používat tištěnou i elektronickou variantu textů a volit si podrobnosti obou přístupů podle vlastní potřeby, včetně porovnání možností řešení příkladů. Doplněny jsou ukázky příkazů a práce v komplexní aritmetice, porovnání rozdílných vlastností a chování funkcí v reálném a komplexním oboru, možnosti rozvoje funkcí v různé typy nekonečných mocninných řad, hledání a určování typů singularit a rezidua, až po vysvětlení poměrně silného matematického nástroje – reziduové věty, kterou ovšem *Maple<sup>TM</sup>* poněkud „shazuje“, protože většinu složitých integrálů spočítá přímo zadáním jediného příkazu. Tím ovšem vynikají propracované algoritmy a efektivně pracující příkazy *Maple<sup>TM</sup>*, jako matematicko-programátorské pozadí, které si studenti jinak moc neuvědomují a většinou mu také slepě důvěřují. Několik řešených příkladů snadno ukáže, že bez znalosti teorie, a občas i tužky a papíru, se ale stále neobejdeme. Na druhou stranu můžeme zase ušetřit čas přenecháním rutiny výpočetnímu systému a určitě i přispět názornosti a kontrole postupů pomocí počítačové grafiky.

## 2 Discovering Mathematics

Podtitul publikace [4] *A problem Solving Approach to Mathematical Analysis with Mathematica<sup>®</sup> and Maple<sup>TM</sup>* snad přesně vystihuje její hlavní účel. Poměrně dlouhou dobu, vzhledem k prvním pokusům [7] formulovat jiný přístup, zrála myšlenka na sestavení sbírky náročnějších úloh, příkladů a problémů, které budou uspořádány a provázány odkazy nejen v návaznosti podle témat, ale i

analogii v řešení (odkazy na související úlohy) a obtížnosti (symbolicky naznačena u každé úlohy). Čtenář má kromě několika tematicky rozdělených souborů úloh různé obtížnosti také k dispozici v úvodu každé kapitoly výčet základních příkazů programů *Maple*<sup>TM</sup> a *Mathematica*<sup>®</sup>, které mu mohou pomoci při řešení. Občas se přímo v textu objevuje část řešení nebo názorný obrázek. To přímo směřuje na využití výpočetních systémů pro formulaci i řešení problému. Přitom vlastní přesná a smysluplná matematická formulace je často obtížnější než řešení úlohy. Podstatná je i zpětná kontrola výsledku. Text je doplněn alespoň o nejstručnější výčet teorie (definice, věty, ap.) a nechybí ani příloha s krátkým návodem nebo naznačením řešení. To neodpovídá všem úlohám, protože jsou zařazeny i „otevřené“ problémy. Hyperlinková návaznost úloh je volena tak, aby čtenář postupně získával zkušenosti pro řešení obtížnějších úloh. Použití výpočetního prostředí *Maple*<sup>TM</sup> a *Mathematica*<sup>®</sup> výrazně rozšiřuje spektrum úloh, které považujeme za „prakticky řešitelné“, tím se dostane i k úlohám, které bychom jinak (bez software) prohlásili za „neřešitelné“.

Z výše uvedeného je patrné, že hlavní smysl práce s textem je přímo na počítači, kde lze plně využít nejen výhodu hyperlinkových odkazů na jiná místa textu, příkazy výpočetního systému, ale i vlastní editace a doplnění svých myšlenek a výpočtů přímo do worksheetu nebo notebooku. Proto je kniha rozšířena, i vzhledem k požadavkům a podmínkám vydavatele [5], o externí soubory [6] (maple-worksheets a mathematica-notebooks), které jsou vlastně elektronickou formou publikace určenou k přímému interaktivnímu použití. Tento způsob „čtení“ považuji za uživatelsky „nejpřítulnější“ a nejefektivnější pro vlastní práci s textem.

### 3 Závěr

Domnívám se, že počítačové algebraické systémy patří do výuky matematiky, zvláště na vysokých školách technického zaměření. Pokud si student osvojí základní teorii, může PAS poměrně snadno (ovšem za cenu získání dalších vědomostí a dovedností ve výpočetním systému) a kontrolovaně(!) použít jako efektivní a spolehlivé výpočetní prostředí, které navíc poskytuje bohaté publikační, grafické a prezentační možnosti. To vše dnes patří k běžné práci moderního inženýra a bude tím také stále více ovlivněna výuka a aplikace matematiky.

### Literatura a odkazy

- [1] Němeček, A.: *Funkce komplexní proměnné*, Maple worksheet-skriptum, FEL ČVUT, Praha, 2010 – 2011.
- [2] Hamhalter, J., Tišer, J.: *Funkce komplexní proměnné*, skriptum FEL ČVUT, Praha, 2001.
- [3] <http://math.feld.cvut.cz/ftp/nemecek/maple/brno2011/ANkomplexfce.zip>  
komprimovaná verze worksheetu ANkomplexfce.mw [1].
- [4] Němeček, A.: *Maple worksheets* elektronické verze Gregor, J., Tišer, J.: *Discovering Mathematics A Problem-Solving Approach to Mathematical Analysis with Mathematica<sup>®</sup> and Maple<sup>TM</sup>*, Springer London, leden 2011, 268 p., ISBN 978-0-85729-054-0.
- [5] <http://www.springer.com/mathematics/analysis/book/978-0-85729-054-0>  
www Springer [4].
- [6] <http://extras.springer.com/2011/978-0-85729-054-0>  
extra materials [4].
- [7] Gregor, J., Němeček, A.: *Problem Oriented Mathematical Education in Engineering with Mathematica<sup>®</sup>*, Mathematica Developer Conference for Advanced Users, Oxford, 1994.