1. Je dána funkce

$$f(t) = \begin{cases} 1 & t \in < 0,1 > \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

a) Určete konvolutivní mocninu

$$g(t) = (f * f)(t)\,.$$

b) Stanovte $\hat{g}(p)$.
c) Pomocí výsledku v bodě b) určete komplexní Fourierovu řadu funkce $g(t)$.

2. Pomocí metody reziduí nalezněte inverzní Laplaceův obraz funkce

$$F(p) = \frac{1}{(p^2+4)^2}$$

Výsledek uveďte ve tvaru kombinace goniometrických funkcí.

3. Řešte diferenční rovnici

$$y_{n+2} + 2y_{n+1} + y_n = 2^n$$

$y_0 = y_1 = 0.$

4. Je dána matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

a) Ukažte, že $\sigma(\mathbf{A}) = \{10, 1\}$.
b) Stanovte diagonální matici, které je $\mathbf{A}$ podobná.
c) Je $\mathbf{A}$ pozitivně definitní ? (Zdůvodněte !)
d) Ukažte, že $\sigma(\mathbf{A}^{-1}) = \{\frac{1}{10}, 1\}$.
e) Pro jaké jednotkové vektory $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^3$ je maximální funkce

$$q(\mathbf{x}) = < \mathbf{A}\,\mathbf{x}, \mathbf{x} > ?$$

1. Je dána funkce

$$f(t) = \begin{cases} 1 & t \in < 0, 1 > \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

a) Určete konvolutivní mocninu

$$g(t) = (f * f)(t) \,.$$

b) Stanovte $\hat{g}(p)$.
c) Pomocí výsledku v bodě b) určete komplexní Fourierovu řadu funkce $g(t)$.

2. Pomocí metody reziduí nalezněte inverzní Laplaceův obraz funkce

$$F(p) = \frac{1}{(p^2 + 4)^2}$$

Výsledek uveďte ve tvaru kombinace goniometrických funkcí.

3. Řešte diferenční rovnici

$$y_{n+2} + 2y_{n+1} + y_n = 2^n$$

$y_0 = y_1 = 0.$

4. Je dána matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

a) Ukažte, že $\sigma(\mathbf{A}) = \{10, 1\}$.
b) Stanovte diagonální matici, které je $\mathbf{A}$ podobná.
c) Je $\mathbf{A}$ pozitivně definitní ? (Zdůvodněte !)
d) Ukažte, že $\sigma(\mathbf{A}^{-1}) = \{\frac{1}{10}, 1\}$.
e) Pro jaké jednotkové vektory $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^3$ je maximální funkce

$$q(\mathbf{x}) = < \mathbf{A}\,\mathbf{x}, \mathbf{x} > ?$$