

# Předmluva

Toto skriptum vzniklo na základě přednášek „Fuzzy logika“ a „Matematika 6F“ konaných na FEL ČVUT od r. 1996. Jeho základním cílem je poskytnout kvalifikovanou informaci o vlastnostech fuzzy množin. Nesnaží se nahradit specializované kurzy o fuzzy řízení, fuzzy modelování nebo fuzzy logice, ale poskytnout k nim základ o něco podrobnější než v dosud vydaných českých pramenech. Kniha je určena studentům magisterského i doktorandského studia, ale měla by být pomůckou i pro širší okruh uživatelů fuzzy metod i zájemců o tuto problematiku. Vyžaduje znalost základů logiky a matematiky v rozsahu zhruba prvního ročníku technické vysoké školy.

Skriptum by nemohlo vzniknout bez širší podpory řady kolegů, hostů i projektů. Technické a organizační zázemí pomohly vytvořit následující projekty: výzkumný záměr MSM 212300013 „Rozhodování a řízení pro průmyslovou výrobu“, grant GA ČR 201/02/1540 a síť CEEPUS SK-042. Ty se podílely na pořízení literatury, mobilitě expertů a technickém vybavení pracovišť nutném pro tuto práci.

Cennými radami, připomínkami a literaturou pomohli především Prof. RNDr. Petr Hájek, DrSc., Prof. RNDr. Radko Mesiar, DrSc., Doc. RNDr. Anna Kolesárová, CSc., Prof. Ing. Vilém Novák, CSc., Prof. Dr. Irina Perfilieva a Prof. RNDr. Pavel Pták, DrSc. Během přípravy textu přispěli četnými opravami zejména Ing. Rostislav Horčík, Ing. Petr Cintula, Ing. Michal Jakob, jakož i řada studentů uvedených kursů. Některé obrázky v programu Maple pomohl doplnit Arnout Eykelhoff. Při technické realizaci poskytli významnou pomoc a prokázali velkou trpělivost Ing. Vít Zýka a Ing. Daniel Večerka. Všem těmto lidem autoři děkují za nynější podobu knihy a současně se omlouvají, že se nepodařilo více.

Na WWW stránce <http://math.feld.cvut.cz/skripta/fuzzy.html> umístíme seznam chyb, které jsme nestačili zapracovat do uzávěrky tištěného vydání. Všem čtenářům, kteří objeví další chybu a dají nám o ni vědět, předem děkujeme. Na zmíněné WWW stránce čtenáři najdou také řešení k některým cvičením.

Sazba skript byla provedena programem  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  v písmu Týfa Text ze Střešovické písmolijny. Pro matematické značky bylo použito písmo MathTimes firmy Y&Y. Použitá makra pro  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  a návrh sazby pocházejí z dílny jednoho z autorů.

Praha, červen 2002

*Mirko Navara, Petr Olšák*

## Poznámka k druhému vydání

Toto vydání jsme doplnili o kapitolu s řešeními všech příkladů. Dále jsme se rozhodli nezařadit odstavec o agregačních operátorech. Opravili jsme všechny chyby, které se během existence prvního vydání podařilo objevit. Tímto děkujeme všem čtenářům, kteří nás upozornili na chybu nebo nesrovnalost ve skriptu. Práci na 2. vydání podpořil grant GA ČR 201/07/1136.

*Autoři*

# Obsah

<b>1. Základní pojmy</b>	6
1.1. Některé problémy klasické teorie množin a motivace zavedení fuzzy množin	6
1.2. Druhy neurčitosti	7
1.3. Základní pojmy z teorie množin	9
1.4. Charakteristická funkce	10
1.5. Základní pojmy teorie fuzzy množin	11
1.6. Popis fuzzy množin pomocí řezů	13
1.7. Fuzzy inkluze, řezová konzistence	19
1.8. Historické a bibliografické poznámky	20
1.9. Cvičení	21
<b>2. Operace s fuzzy množinami</b>	23
2.1. Ostré množiny	23
2.2. Analogie pro operace s fuzzy množinami	23
2.3. Fuzzy negace	24
2.4. Fuzzy konjunkce (trojúhelníkové normy)	30
2.5. Fuzzy disjunkce (trojúhelníkové konormy)	44
2.6. Historické a bibliografické poznámky	51
2.7. Cvičení	52
<b>3. Další vlastnosti logických spojek</b>	55
3.1. Fuzzy výrokové algebry	55
3.2. Fuzzy implikace	58
3.3. Fuzzy biimplikace (ekvivalence)	63
3.4. Historické a bibliografické poznámky	63
3.5. Cvičení	64
<b>4. Fuzzy relace</b>	65
4.1. Binární relace v klasické teorii množin	65
4.2. Fuzzifikace binárních relací	66
4.3. Řezová konzistence fuzzy relací	75
4.4. Relace blízkosti jako příklad fuzzy ekvivalence	77
4.5. Projekce a cylindrické rozšíření	79
4.6. Historické a bibliografické poznámky	83
4.7. Cvičení	83
<b>5. Princip rozšíření a fuzzy aritmetika</b>	86
5.1. Rozšíření binárních relací na ostré množiny	86
5.2. Princip rozšíření binárních relací na fuzzy množiny	88

5.3. Konvexní fuzzy množiny . . . . .	93
5.4. Fuzzy čísla a fuzzy intervaly . . . . .	94
5.5. Binární operace s fuzzy čísly . . . . .	95
5.6. Historické a bibliografické poznámky . . . . .	102
5.7. Cvičení . . . . .	103
<b>6. Fuzzy logika . . . . .</b>	<b>104</b>
6.1. Syntaxe základní logiky . . . . .	104
6.2. Sémantika základní logiky . . . . .	108
6.3. Věta o úplnosti . . . . .	111
6.4. Další typy fuzzy logik . . . . .	112
6.5. Racionální Pavelkova logika . . . . .	116
6.6. Historické a bibliografické poznámky . . . . .	118
6.7. Cvičení . . . . .	118
<b>7. Aplikace fuzzy logiky . . . . .</b>	<b>120</b>
7.1. Základní principy fuzzy řízení . . . . .	120
7.2. Další témata . . . . .	124
<b>8. Řešení příkladů . . . . .</b>	<b>126</b>
<b>9. Literatura . . . . .</b>	<b>142</b>
9.1. Základní . . . . .	142
9.2. Další odkazy . . . . .	143
<b>10. Rejstřík . . . . .</b>	<b>147</b>