Petr Olšák

Úvod do algebry, zejména lineární

FEL ČVUT Praha, 2007

Významná část tohoto textu je od roku 2000 šířena volně pod jménem *Lineární algebra* podle licence `ftp://math.feld.cvut.cz/pub/olsak/linal/licence.txt`.
Na rozdíl od volně šířené předlohy je zde doplněna rozsáhlá sbírka úloh pro každou kapitolu a dále je přidána kapitola o polynomech.

Příprava tohoto učebního textu byla spolufinancována evropským sociálním fondem, státním rozpočtem ČR a rozpočtem hl. m. Prahy.

Lektor: prof. RNDr. Pavel Pták, DrSc.

Toto skriptum vyšlo nákladem Fakulty elektrotechnické ČVUT.

Autor upozorňuje nakladatelství ČVUT, že dnes je zcela obvyklé kromě knižního vydání díla zveřejnit k volnému použití třeba i doslovný text díla na internetu. Pokud to ediční rada ČVUT přehlédla, můžeme uvést třeba [4], [9], [17], [19]. Příkladů paralelního vydání papírového a internetového by se našlo více.

Za jazykovou a věcnou správnost obsahu odpovídá autor.

ISBN 978-80-01-03775-1

Motto: *Velkou knihu přírody mohou číst jen ti, kteří rozumějí jazyku, jímž byla napsána. A tím jazykem je matematika.* *Galileo Galilei*

Předmluva

Skriptum je určeno především studentům prvního ročníku Elektrotechnické fakulty ČVUT, ale může posloužit i studentům prvních ročníků jiných fakult a škol, případně každému, kdo se chce seznámit se základy algebry, zejména tedy lineární algebry. Znalosti v tomto oboru jsou (v duchu motta v záhlaví této stránky) základem skoro každého vysokoškolského vzdělání. Důraz je zde kladen na metody uvažování a způsob postupného budování exaktních pojmů, které jeden na druhý navazují.

Lineární algebra má tu výhodu, že nepředpokládá žádné hlubší znalosti jiných matematických disciplín a vše, co se v této teorii buduje, lze relativně jednoduše zdůvodnit a obhájit. Není tedy potřeba se uchylovat k vynechávání důkazů kvůli jejich složitosti. Právě naopak, důkazy umožní čtenáři lépe proniknout do způsobu uvažování v matematice. To je možná nejcennější věc, kterou může člověk během studia získat. Je tedy rozumné důkazy nepřeskakovat. Jedině tak může čtenář postupně prohlédnout, jak jednotlivé kostičky do sebe zapadají, a může lépe poznat smysl zaváděných pojmů.

Na WWW stránce `http://math.feld.cvut.cz/olsak/linal.html` je již od roku 2000 zveřejněn text k přednáškám předmětu Úvod do algebry. Tento text posloužil jako základ i pro tato skripta. Přidána byla navíc kapitola o polynomech a ke každé kapitole byla připojena rozsáhlá cvičení. Tato rozšíření prozatím nejsou na internetu k dispozici, takže čtenář, který si koupí skripta, může tyto texty považovat za bonus oproti čtenáři, který pracuje jen s internetem.

Text na internetu má číslované definice a věty. Rozhodl jsem se jednou zveřejněné číslování pokud možno ctít a bezdůvodně je neměnit. Například věta 4.21 bude mít ve všech pozdějších verzích textu číslo 4.21. Abych toho dosáhl, musel jsem nové partie, které vycházely z nových požadavků a osnov, připisovat na konce jednotlivých kapitol nebo přidávat kapitoly další. Existují proto témata, která by si zasloužila samostatnou kapitolu (například vlastní vektory a vlastní čísla), ale stala se jen součástí kapitol jiných. Věřím, že čtenář pochopí důvod tohoto opatření a bude členění do kapitol dané mnohaletým vývojem internetové verze textu tolerovat.

Tato skripta nepokrývají jen látku přednášenou v jednom semestru, ale mají několik odboček, které výrazně zvětšují rozsah textu. Hned v první kapitole po „povinném“ seznámení s definicí lineárního prostoru následuje dodatkový text věnující se grupám a tělesům jako dalším příkladům abstraktních algebraických struktur, které tvoří základ moderní algebry. Znalosti z tohoto dodatku se ovšem nepředpokládají nikde v dalším textu skript, takže tento dodatek můžeme považovat za „nepovinný“. Podobně je na tom třeba zmínka o pozitivně definitních maticích nebo o vlastních číslech a vlastních vektorech. Kapitoly 9 a 10 obsahují dva významné příklady užití lineární algebry v praktických aplikacích: v geometrii a v kódování. Na FEL ČVUT nyní probíhá výuka ve dvou studijních programech, které se mimo jiné liší v tom, zda mají v osnovách úvodu do algebry zahrnutu kapitolu o geometrických aplikacích nebo o kódování. Takže student jednoho programu použije při přípravě na zkoušku jen jednu z těchto dvou kapitol. Právě proto, že skripta svým rozsahem významně přesahují látku jedné přednášky, mohli bychom spíše mluvit o učebnici. Je na učiteli, aby studentům naznačil, které partie považuje za důležité a které za méně významné.

Některé čtenáře může zaskočit hustota informace na jednotku plochy papíru. Ano, tento text by se dal formátovat „vzdušněji“ tak, že bude mít dohromady asi 400 stránek. Přidáme-li k tomu barevnou a pevnou obálku, vzniká učebnice. Cílem ovšem bylo vytvořit učební pomůcku cenově co nejdostupnější. Protože cena tisku skript je odvozena od počtu stránek, zůstal jsem u způsobu formátovaní, které se osvědčilo u internetové verze, a nevytvářel „variantu kniha“, která by možná byla líbivější, ale cenově méně dostupná.

V tomto vydání nejsou u cvičení uvedeny výsledky. Ty budou zveřejněny na internetu. Důvod tohoto opatření najdete tamtéž, jmenovitě na WWW stránce skript `http://math.feld.cvut.cz/skripta/ua.html`. Na stejné stránce je možné najít aktuální seznam známých chyb v textu (tzv. errata). Člověk je tvor omylný a chybám se neumí stoprocentně vyhnout. Vítám proto upozornění čtenářů na případné nedostatky a nejasnosti v textu. Díky takovým čtenářům se podařilo odhalit už nejednu chybu z doby, kdy byl text zveřejněn jen na internetu.

Studenti často volají po příkladech užití algebry v praxi. Je zřejmé, že nejzasvěceněji mohou tyto příklady podat lidé, kteří se příslušnými aplikacemi profesionálně zabývají. Není asi rozumné jim fušovat do řemesla. Dovolil jsem si porušit tuto zásadu jen v případě popisu afinních transformací pomocí tzv. homogenních souřadnic. Toto téma je zde zařazeno jako cvičení v kapitole o lineárních zobrazeních. V praxi se s ním můžeme setkat především v počítačové grafice [26]. Kromě zmíněných kapitol o geometrii a kódování se čtenář může seznámit s mnoha dalšími zajímavými a nečekanými aplikacemi lineární algebry ve volně dostupném textu na internetu [16].

Na tomto místě bych rád poděkoval kolegům z katedry matematiky FEL ČVUT, především prof. RNDr. Pavlu Ptákovi, DrSc., prof. RNDr. Marii Demlové, CSc., Dr. Mgr. Aleně Gollové, doc. Petru Habalovi, Ph.D., doc. RNDr. Josefu Tkadlecovi, CSc., prof. Ing. Mirko Navarovi, DrSc., RNDr. Liboru Nentvichovi a RNDr. Aleši Němečkovi, kteří mi pomohli řadou připomínek a námětů udělat toto skriptum lepší. Také chci poděkovat zástupcům FEL z jejího minulého i současného vedení, že umožnili vydání těchto skript nákladem FEL za rozumnou koncovou cenu. Ediční rada ČVUT totiž odmítla vydat skriptum běžnou cestou v nakladatelství ČVUT, protože část textu je zveřejněna na internetu.

V Praze dne 27. června 2007 *Petr Olšák*

Obsah