

DMA Domáci koronaúkol č. 3a

Tento úkol vypracujte a pak si v pátek zkontrolujte oproti vyvěšenému řešení.

1. Najděte opačný a inverzní prvek k $a = 12$ v \mathbb{Z}_{35} .
2. Uvažujte čísla $a = 158621836$ a $b = 273963451$. Rozhodněte, zda jsou spolu kongruentní modulo $n = 45$. Použijte rozklad $n = 5 \cdot 9$, lemma z přednášky a testy dělitelnosti.

Řešení:

1. a) $(-a) = n - a = 23$.

b) Hledáme $x \in \mathbb{Z}$ aby $12x + 35k = 1$ pro nějaké $k \in \mathbb{Z}$, toto děláme Euklidem.

Dostali jsme $3 \cdot 12 + (-1) \cdot 35 = 1$, modulo 35 to dává $3 \cdot 12 \equiv 1$.
Takže $12^{-1} = 3$.

a/b	A	B
35	1	0
12	0	1
11	1	-2
1●	-1●	3●
0		

2. Potřebujeme ukázat, že $a \equiv b \pmod{5}$ a $a \equiv b \pmod{9}$.

Vidíme z poslední cifry, že $a \pmod{5} = 1$ a $b \pmod{5} = 1$, podle jedné věty proto $a \equiv b \pmod{5}$.

Je rozdíl $b - a = 115341615$ dělitelný devíti? Ciferný součet je 27, je dělitelný devíti?

Jeho ciferný součet :-) je 9, ten dělitelný devíti je. Takže $a \equiv b \pmod{9}$.

Čísla 5, 9 jsou nesoudělná, podle lemmatu proto $a \equiv b \pmod{5 \cdot 9}$.