**DMA Domácí koronaúkol č. 8a**

Tento úkol vypracujte a pak si v pátek zkontrolujte oproti vyvěšenému řešení.

**1.** Uvažujte zobrazení $T\colon \mathbb{N}\times\mathbb{N}\mapsto\mathbb{N}$ dané $T(m,n)=m\cdot n$. Rozhodněte, zda je toto zobrazení prosté a na. Své odpovědi dokažte.

**2.** Dokažte, že množina $S$ sudých celých čísel a množina $L$ lichých celých čísel mají stejnou mohutnost. Nápověda: Obrázek pomůže.

**Řešení:**

**1.** Toto zobrazení není prosté, protože například $T(3,2)=6=T(2,3)$, ale $(3,2)\neq(2,3)$ v $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$.
Surjektivita: Toto zobrazení je na. Důkaz: Pro dané $y\in\mathbb{N}$ zvolíme $n=1$, $m=y$, pak $(m,n)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ a $T(m,n)=T(y,1)=y\cdot 1=y$.
Rada: Než začnete s matematikou, je dobré si předložený objekt „osahat“, v tomto příkladě bych tedy začal tím, že bych si nejprve zkusil dosazovat do $T$ nějaké dvojice čísel a koukal, co to dělá.

**2.** Uměli bychom šipkami propojit tyto dvě množiny?

$S$: … $-2$ $0$ $2$ $4$ …

$L$: … $-1$ $1$ $3$ $5$ …

Možností je mnoho, zkusím jednu nudnou, která se nabízí.
Uvažujme zobrazení $T\colon S\mapsto L$ dané předpisem $T(n)=n+1$.
Je to dobrá definice? Asi všichni ví, že přičtením jedničky se změní parita. Kdyby někdo puntičkařil: Každé $n\in S$ se dá zapsat jako $2k$ pro nějaké $k\in\mathbb{Z}$, pak $T(n)=2k+1$, což je liché celé číslo. Potvrzeno, že $T\colon S\mapsto L$.
Je prosté: Nechť $m,n\in S$ splňují $T(n)=T(m)$. Pak $n+1=m+1$, tedy $n=m$.
Je na: Je-li dáno $m\in L$, pak je to celé liché číslo, proto je $n=m-1$ celé sudé číslo neboli $n\in S$. Toto $n$ splňuje $T(n)=n+1=(m-1)+1=m$.
Takže $T$ je bijekce z $S$ na $L$, proto $|S|=|L|$.