

Matematický seminář: Pracovní list # 1

Příklady vypracujte samostatně, výsledky se dozvíte na konci hodiny.
V případě problémů se přihlaste, vyučující vám pomůže.

1. Zjednodušte co nejvíce $\frac{\frac{b}{\frac{d}{a}+13d}}{\frac{1}{d}} - \frac{b}{13}$.

2. Zjednodušte co nejvíce $\frac{x^2}{x+2} - \frac{4}{x} + \frac{8}{(x+2)x}$.

3. Zjednodušte co nejvíce $\sqrt{1+y} - \sqrt{\frac{x+y}{1+\frac{x}{y}}}$.

4. Aniž byste zadaný příklad přesně spočítali, odhadněte, který z nabízených výsledků je nejbližší tomu správnému.

405 · 599: a) 24000 b) 200000 c) 240000 d) 23000.

$\frac{30}{1600000}$: a) 0.00002 b) 0.002 c) 0.00007 d) 0.2.

199³: a) 80000 b) 6000000 c) 8000000 d) 6000.

$\frac{30}{-0.00016}$: a) 200000 b) 300000 c) -200000 d) -30000.

5. Vypočítejte kořeny kvadratické rovnice $p^2 + 250p + 10^4 = 0$.

6. Kvadratický polynom $5p^2 - 5000p - 10^7$ vyjádřete jako součin kořenových činitelů.

7. Určete definiční obor funkce $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2-4} + e^x$.

Výsledek zapište pomocí intervalů, třeba $D(f) = (1, 3) \cup (3, \infty)$.

8. Určete definiční obor funkce $f(x) = \frac{\sin(x+1)}{x-3} + \sqrt{7-x}$.

Výsledek zapište pomocí intervalů.

9. Nakreslete graf funkce $f(x) = \ln(x-2)$.

10. Nakreslete graf funkce $f(x) = 3 \sin(x)$.

11. Vyřešte rovnici $e^{x-2} = 1$.

12. Vyřešte rovnici $\ln(x^2 - 3) = 0$.

13. Vypočítejte limitu $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{\sqrt{3+x}}{x-1} \right)$.

14. Vypočítejte limitu $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + \frac{1}{x}}{x^2 - 13} \right)$.

15. Vypočítejte limitu $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{e^x}{2x-4} \right)$.

Matematický seminář: Pracovní list # 1 řešení

1. $\frac{b}{\frac{1}{a} + 13} - \frac{b}{13}$ nebo $\frac{ab}{1 + 13a} - \frac{b}{13}$ nebo $\frac{-b}{13(1 + 13a)}$.

2. Správná odpověď je až ten poslední výraz ve výpočtu

$$\frac{x^3 - 4x}{(x + 2)x} = \frac{x(x^2 - 4)}{(x + 2)x} = \frac{x^2 - 4}{x + 2} = x - 2.$$

3. Správná odpověď je ten poslední výraz ve výpočtu

$$\sqrt{1 + y} - \sqrt{\frac{(x + y)y}{y + x}} = \sqrt{1 + y} - \sqrt{y}.$$

4. $405 \cdot 599 \sim 400 \cdot 600 = 240000$, tedy c).

$$\frac{30}{1600000} = \frac{30}{16} \cdot \frac{1}{100000} \sim 2 \cdot 10^{-5}, \text{ tedy a).}$$

$199^3 \sim 200^3 = 8 \cdot 10^6$, tedy c).

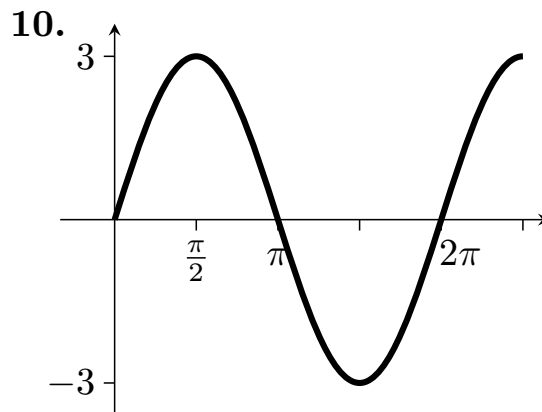
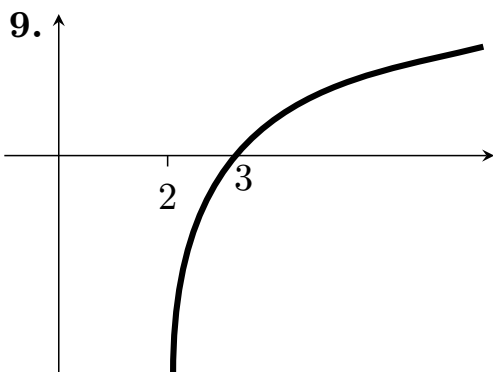
$$\frac{30}{-0.00016} = \frac{-30}{-0.00016} \cdot \frac{100000}{100000} = \frac{-30}{16} \cdot 10^5 \sim -2 \cdot 10^5, \text{ tedy c).}$$

5. $D = \sqrt{25^2 \cdot 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10^4} = \sqrt{62500 - 40000} = \sqrt{22500} = 150$, proto $\frac{1}{2}(-250 + 150) = -50$, $\frac{1}{2}(-250 - 150) = -200$.

6. $x_{1,2} = \frac{1}{2 \cdot 5}(5000 \pm \sqrt{225 \cdot 10^6})$, $5 \cdot (x - 2000)(x + 1000)$.

7. $D(f) = (-1, 2) \cup (2, \infty)$.

8. $D(f) = (-\infty, 3) \cup (3, 7)$.



11. $x - 2 = 0 \implies x = 2$.

12. $x^2 - 3 = 1 \implies x = \pm 2$.

13. $x \rightarrow 1^+$ znamená $(x - 1) \rightarrow 0^+$, proto $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{\sqrt{3 + x}}{x - 1} \right) \stackrel{\frac{\sqrt{4}}{0^+}}{=} \infty$.

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + \frac{1}{x}}{x^2 - 13} \right) \stackrel{\frac{1+0}{\infty}}{=} 0$.

15. $x \rightarrow 2^-$ znamená $(2x - 4) \rightarrow 0^-$, proto $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{e^x}{2x - 4} \right) \stackrel{\frac{e^2}{0^-}}{=} -\infty$.